CE STIM DAR MAI ALES CE NU STIM DESPRE NUMERE

EMILIAN DEACONESCU

Numerele 1,2,3,4,5,... din sirul natural se numesc cardinale si arata din cate unitati se compune fiecare.

Sirul s-a format pornind de la o unitate si adaugand pe rand cate o unitate numarului anterior.

Cele zece caractere : 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 cu ajutorul carora putem scrie azi orice numar, se numesc cifre.

Drumul pana la cifrele utilizate de noi cotidian a fost greu, lung, anevoios. Pentru a ajunge la capat, omenirii i-au trebuit milenii.

Primele tentative in acest sens au fost facute in secolul al Vi lea , iHr de catre celebrul matematician PITAGORA.

Abia in anul 610 dupa Hr. , un savant indian , pe numele sau ARYABHATA a inventat cele noua cifre pe care le utilizam in prezent: 1,2,3,4,5,6,7,8,9 si un punct (·) pentru zero.

In anul 632, triburile arabe se unifica, cuceresc imense teritorii din india pana in Spania, combina operele matematicienilor greci si indieni si pun la punct sistemul de numeratie zecimal.

Apare pentru prima data ZERO. Invatarea numaratului apare din necessitate. De-a lungul vremii diferite popoare au inventat si au dezvoltat mai multe sisteme de numeratie.

Mesopotamienii foloseau un sistem pozitional care s-a dezvoltat intre anii 3000 si 2000 i. Hr.

Egiptenii foloseau un sistem cu simboluri scrise numite hieroglife, astfel:

1 – o liniuta

10 – un val

100 – o funie

1.000 – o floare de lotus

10.000 – degetul aratator

1.000.000 - omul

In intervalul 500 i.Hr. – 100 d. Hr. s-a dezvoltat sistemul de numeratie roman. Acest sistem este unul aditiv care utilizeaza sapte simboluri: I = 1; V = 5; X = 10; L = 50; C = 100; D = 500; M = 1000.

Numarul natural este proprietatea comuna ce caracterizeaza toate multimile de obiecte in care elementele din fiecare multime pot fi puse in corespondenta de unu la unu, indiferent de natura sau de ordinea obiectelor din totalitatea multimilor.

In cartea a VII a a "Elementelor " lui EUCLID , numarul este definit tot ca o "multime compusa din unitati".

Unitatea prin care se formeaza numerele este definita ca: "Unitatea este aceea potrivit careia fiecare lucru se numeste unu".

Pitagora considera ca numai numerele intregi sunt "numere". Numarul intreg era o notiune primordiala, de natura divina, un izvor mistic religios, care exprima insasi esenta lucrurilor. Se cunoaste si o rugaciune care ii era dedicata: "Binecuvanteaza-ne numar divin, Tu care ai nascut pe zei si pe oameni".

Pitagorienii au fost dezamagiti atunci cand HIPPIAS din Metopont a aratat ca exista marimi care nu se pot exprima prin rapoarte de numere intregi. Dezvaluind acest secret al numerelor irationale Hippias a fost pedepsit de zei si a murit intr-un naufragiu. Lasand la o parte preocuparile depinzand de efectuarea calculelor numerice cerute de aplicatiile practice, ei au descoperit diferite proprietati ale numerelor cardinale, de o subtilitate care starnea admiratia si indemna spre alte cercetari.

Asa s-a dezvoltat una dintre cele mai frumoase ramuri ale matematicii, numita ,,ARITMETICA" si care are inteles de stiinta care se ocupa cu proprietatile numerelor abstracte, folosind rationamentul. In cartile VII-IX, Euclid a impartit numerele in: prime, perfecte, prietene, figurative, adica intr-un cuvant in numere ,,interesante".

1.NUMERE PRIME

Un numar natural p>1 se numeste prim daca se divide cu 1 si cu el insusi.

Acum 2300 de ani,EUCLID a justificat ca multimea numerelor prime este infinita, oferind urmatoarea demonstratie (Teorema lui EUCLID): Presupunem ca p ar fi cel mai mare numar prim. Consideram numarul N=$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot ... \cdot p + 1$. N nu se divide cu nici unul dintre numerele prime 2,3,5,...,p.Urmeaza ca N se divide cu alt numar prim mai mare decat p, contradictie.

Gasirea celui mai mare numar prim a fost o distractie favorita a multor matematicieni. Intr-o zi, EULER (1707-1783) a afirmat ca 1000009 este prim, dar tot el, la 70 de ani, orb fiind, s-a contrazis: 1000009 = 293 x 3413. Marele mathematician FERMAT (1601-1665) a afirmat, gresit dovedindu-se ulterior ca numerele de forma $2^{2^n} + 1$,$n \in N$, sunt prime.

F_0=3

F_1=5

F_2=17

F_3=257

Dar Euler a observat ca :

F_5 = 4294967297 = 641 x 6700417 care nu este numar prim, iar

F_6 = 274177 x 6280421310721

In secolul al XIX – lea , SEELHOFF din Bremen a demonstrat cu ajutorul relatiei de congruenta ca F_{36} este divizibil cu 2748779069441, acest numar avand mai bine de 2 x 10^{10} cifre. S-a demonstrat ca si un numar mai mare din sirul lui FERMAT , F_{73} este divizibil cu 5 x 2^{75} + 1 , deci nu este prim.

La sfarsitul secolului al XVIII lea se credea ca numarul lui MERSENNE: 2^{67}-1 este prim. Dar in anul 1903, FRANK NELSON COLE a calculat, folosind doar hartia si creierul, valoarea lui 2^{67} din care a scazut 1, obtinand valoarea produsului: 193707721 x 76183257287. Intrebat cat timp i-a luat acest calcul, a raspuns: ,,Duminicile a trei ani!".

In urma cu doua decenii,un grup de studenti de la o Universitate din California, au aratat ca 2^{21701}- 1 este prim, avand 6533 de cifre.

,,Febra" cautarilor si gasirea numerelor prime a preocupat omenirea. In anul 2000,utilizand o retea de 20000 de calculatoare, un matematician american a aratat ca $2^{6972593}$-1 este prim.

Preocupat fiind de a gasi o formula pentru numerele prime, FERMAT a descoperit ,,Mica teorema a lui Fermat":,,Daca $a, p \in Z$,$p \in N$, p prim si (p,a)=1,atunci: $a^{p-1} \equiv 1(\text{mod} p)$"

Exista numere prime care raman cu aceeasi proprietate pentru orice permutare a cifrelor lor:

- Numere de doua cifre:13 si 31;17 si 71;37 si 73;79 si 97.
- Numere de trei cifre:113,131 si 311;199,919 si 991;337,373 si 733.

L. MOSER a gasit 102 numere prime mai mici ca 100000,care nu-si schimba valoarea daca cifrele prin componenta lor sunt scrise in ordine inversa.

Numerele de trei cifre sunt: 101, 131, 151, 181, 313, 353, 373, 383, 727, 757, 787, 797, 919, 929. Nu s-a demonstrat ca exista o infinitate de astfel de numere prime.

2.NUMERE PERFECTE

In antichitate, grecii au observat ca exista numere naturale care sunt egale cu suma divizorilor lor, exceptand numarul.

Acestea sunt numerele perfecte. De exemplu: 6 =1+2+3, 28 =1+2+4+7+14. EUCLID a demonstrat ca fiecare numar ce poate fi scris sub forma: $2^{n-1}(2^n$ - 1), unde $2^n - 1$ este prim, este numar perfect.

Cel mai mare numar cu aceasta proprietate descoperit este al 18-lea si anume: 2^{3216} x (2^{3217}-1). Are 2000 de cifre. Pana in prezent sunt cunoscute 30 de numere perfecte, cel mai mare avand 5000 de cifre.

Numarul mic de numere prietene, confirma aprecierea lui DESCARTES: ,,Numerele perfecte sunt foarte rare, ca si oamenii perfecti." Studiile matematicianului grec NICOMAH au dus la urmatoarele concluzii:

- Printre unitati,numarul perfect este 6
- Printre zeci,numarul perfect este 28
- Printre sute si mii exista tot doar cate un numar perfect
- Numerele perfecte se departeaza mult unele de altele si se termina fie in 6, fie in 8.

Al cincilea numar perfect a fost calculat in secolul al XV-lea, acesta fiind 33550336. In secolul urmator s-au mai gasit inca doua numere perfecte, cel din urma avand 12 cifre. Peste inca un secol,MERSENNE ,,a adus la lumina" al optulea numar perfect de 22 de cifre. Al noualea a fost calculat acum doua secole.

Trebuie sa remarcam faptul ca toate numerele perfecte cunoscute sunt pare. Pana acum nu s-a demonstrat existenta unui numar perfect impar.

3.NUMERE PRIETENE

Doua numere naturale cu proprietatea ca fiecare dintre ele este egal cu suma divizorilor celuilalt, excluzandu-se numerele, se numesc numere prietene.

Primele doua au fost gasite de PiTAGORA: 220 si 284. Pana in secolul al XVII-lea nu afost cunoscuta nici o alta pereche de numere prietene. In 1636, FERMAT a gasit o noua pereche: 17296 si 18416. Doi ani mai tarziu, DESCARTES a determinat a treia pereche: 9363584 si 9437056. In secolul al IX-lea, celebrul matematician KORRA a stabilit o metoda pentru determinarea acestor perechi. Nu exista o formula generala de calcul ci doar formule particulare. Formula lui KORRA este: ,,Daca numerele de forma p=3 x 2^n-1;q=3 x 2^{n-1}-1;r=9 x 2^{n-1}-1,n1 sunt prime,atunci perechile a=2^n x p x q si b=2^n x r sunt numere prietene."

Numerele prietene apar frecvent in scrierile matematice arabe. Ele au jucat un rol magic si astronomic la stabilirea horoscoapelor,in vrajitorie, etc. In articolul ,,DESPRE NUMERE PRIETENE" din 1747, EULER a amintit cele trei perechi cunoscute la care a adaugat alte 30.

Numerele prietene au istoria lor, dar au si creat istorioare. Una dintre ele ar fi:,,Un print indian din Evul Mediu al carui numar in magia cifrelor era 284, cauta o logodnica cu numarul 220, crezand astfel ca fericirea matrimoniala va fi dobandita in ceruri garantat."

Epilog

<u>Teorema:</u>Numere neinteresante nu exista.

<u>Demonstratie:</u>Daca ar exista numere plictisitoare, atunci am putea diviza toate numerele in doua clase:numere interesante si numere neinteresante. Dar cel mai mic dintre numerele neinteresante deja este un numar interesant.

Asa ca el trebuie extras si transferat in multimea numerelor neinteresante ramase vom gasi din nou cel mai mic numar. Repetand procedeul,putem face interesant orice numar neinteresant. Ceea ce trebuia demonstrat.

References

[1] A. Balauca, A. Negrescu si colaboratorii, *Matematica-Teme pentru activitati optionale-clasele V-VIII*, Ed. Taida , Iasi
[2] Gh. Paun, *Din spectacolul matematicii*, Ed. Albatros, Bucuresti , 1983
[3] G. St. Andonie, *Varia Mathematica*, Ed. Albatros, Bucuresti , 1977
[4] S. Marcus, *Socul matematicii*, Ed. Albatros , Bucuresti, 1987
[5] I.Depman, *Din istoria matematicii*, Ed. Cartea rusa , Bucuresti, 1952