

LEONHARD EULER – 300 DE ANI DE LA NAȘTERE

ANDREI VERNESCU

La 15 aprilie 2007 s-au împlinit trei secole de la nașterea unuia dintre cei mai mari matematicieni ai tuturor timpurilor, *Leonhard Euler* (1707-1783).

Însemnătatea fabuloasei sale opere, referitoare la toate ramurile matematicii secolului al XVIII-lea (precum și la însemnate capitole din mecanică, fizică și astronomie) este atât de covârșitoare, încât astăzi în aproape orice demers matematic, se întâlnește, într-un fel sau altul un rezultat, o noțiune sau măcar o notație introdusă de către *Euler*.

Astăzi i se aduce cuvenita comemorare, prin organizarea de Congrese, Conferințe și Simpozioane de către Societăți academice și Universități, prin republicarea de selecțiuni din opera sa sau de lucrări speciale care îi sunt destinate. Toate aceste manifestări se desfășoară sub deviza matematicianului *Pierre-Simon Laplace* (1749-1827) „Lisez Euler, lisez Euler, c'est notre maître à tous !”

*Leonhard Euler* s-a născut la 15 aprilie 1707 în orașul Basel, în familia unui pastor calvin. Orașul Basel, situat pe Rin, la întâlnirea frontierelor Elveției, Franței și Germaniei, se bucura de prosperitate economică și culturală și avea o Universitate proprie. Tatăl lui *Leonhard*, *Paul Euler* era căsătorit cu *Marguerite Brucker* și își exercita profesiunea în mica localitate Riehen, de lângă Basel. Dar el avea și frumoase cunoștințe de matematică, pe care le va transmite fiului. Într-adevăr, micul *Leonhard* își începe învățătura în casa părintească, sub directa îndrumare a tatălui său, de la care va căpăta primele cunoștințe de matematică, știință care se va transforma în pasiune și scop în viață.

Viața familiei *Euler*, ca și activitatea științifică a lui *Leonhard Euler* este strâns legată de cea a familiei *Bernoulli*! Această familie (care la sfârșitul secolului al XVI-lea se refugiase de la Anvers ca să scape de persecuțiile religioase ale ducelui de Alba, din timpul ocupației spaniole a Țărilor de Jos), constituie un caz unic în istoria științelor, deoarece a dăruit comunității științifice mai multe generații de remarcabili savanți (matematicieni și mecanicieni). Revenind la *Paul Euler*, este interesant de menționat că acesta, când studiase teologia la Universitatea din Basel, audiase și cursurile de matematică ale lui *Jacques Jacob Bernoulli* (1654-1705). Totodată *Paul Euler* și *Jean (Johann) Bernoulli*<sup>1</sup> (1667-1748), fratele mai mic al lui *Jacques Bernoulli* au locuit, în timpul studiilor universitare în locuința lui *Jacques Bernoulli*. *Paul* avea să devină pastor, iar *Jean I* matematician și apropiat al lui *Leibniz*. Prietenia dintre *Paul* și *Jean I* avea să se transmită și fiilor lor *Leonhard Euler* și respectiv cei trei fii ai lui *Jean Bernoulli I*, anume *Nicolas Bernoulli II* (1695-1726), *Daniel Bernoulli* (1700-1782) și *Jean Bernoulli II* (1710-1790).

Deși pastorul *Paul Euler* intenționa ca fiul său să urmeze tot cariera ecleziastică, a considerat că aceste cunoștințe îi pot fi utile, inclusiv prin puterea ordonatoare a gândirii, pe care o au. În 1720, la numai 13 ani, tânărul *Leonhard* își începe studiile de filozofie la Universitatea din Basel, unde, cu o memorie extraordinară, își formează o solidă cultură însușindu-și totodată și limba oficială a științei, de atunci, latina. În toată perioada 1720-1723, *Euler* va avea puterea să-și cultive și pasiunea pentru matematică, fiind ajutat acum de un profesionist, deoarece profesorul său *Jean Bernoulli I* îi acordă întregul său sprijin. El se întâlnea săptămânal cu tânărul *Euler*, pentru a risipi neclaritățile ce eventual le-ar fi întâmpinat acesta în studiul lucrărilor ce i le

<sup>1</sup>Datorită faptului că în familia *Bernoulli* multe prenume s-au repetat, istoricii matematicii au adăugat cifre romane la numele acestora.

recomanda. În casa profesorului *Jean Bernoulli* I, *Euler* s-a împrietenit cu cei trei fii ai acestuia, *Nicolas* II, *Daniel* și *Jean* II.

În 1723 *Euler* finalizează cursurile de filozofie și susține, în limba latină, discursul de absolvire, în care face o comparație între ideile filozofice ale lui *Descartes* și cele ale lui *Newton*, obținând astfel titlul de magister. Începe apoi, neîntârziat, studiul limbii ebraice și teologiei, exact așa cum dorea tatăl său, pe care reușește să și le însușească foarte bine, datorită memoriei sale prodigioase, dar simte cum atracția sa pentru matematică devine tot mai puternică. Apoi, la sfatul și insistențele profesorului său de matematică *Jean Bernoulli* I, care-i descoperise talentul extraordinar pentru această știință, tatăl său, consimte ca *Leonhard* să se orienteze de la studiul teologiei la cel al matematicii. Poate că prietenia lui *Euler*-tatăl cu *Jean Bernoulli* I, din timpul studenției lor să fi contribuit la această decizie înțeleaptă și binefăcătoare! Acum drumul lui *Leonhard Euler* în matematică este complet deschis! Tânărul *Leonhard* începe să obțină succese strălucite în studiul matematicii și în lucrările sale de cercetare.

În 1726 *Euler* și-a terminat studiile de matematică la Universitatea din Basel. Se consideră că lucrările citite de *Euler* în acest timp, la sfatul lui *Jean Bernoulli* I trebuie să fi fost opere ale lui *Galilei*, *Varignon*, *Descartes*, *Newton*, *Van Schooten*, *Jacques Bernoulli*, *Hermann*, *Taylor*, *Napier* și *Wallis*.

În acest moment, tânărul de numai 19 ani, *Leonhard Euler*, își va căuta un post academic pe măsura pregătirii și talentului său.

Prietenii săi, *Nicolas* și *Daniel Bernoulli* se aflau deja la Sankt Petersburg, unde lucrau la Academia de științe, fondată în 1725 de către împărăteasa *Ecaterina* I, soția lui *Petru cel Mare* și îi promisese că îl vor chema acolo de îndată, dacă un post pe măsura lui *Euler* se va ivi. Între timp, *Euler* încearcă să obțină un post de profesor la Universitatea din Basel, dar în locul lui este numit altcineva. Iată cum, celui care avea să fie cel mai mare matematician al Elveției, i se refuză un post universitar! (Poate și vârsta de doar 19 ani a candidatului *Euler* a influențat decizia, dar este sigur că nu peste mult timp, Universitatea din Basel va regreta amarnic refuzul din 1726!). În 1727 *Euler* pleacă la Sankt-Petersburg, unde fusese invitat încă din anul precedent, dar pe un post de profesor de fiziologie. Călătoria a durat din 5 aprilie 1727 până în 17 mai 1727. Între timp, în 1726, *Nicolas Bernoulli* II își pierduse viața, la numai 31 de ani, din cauza unei stupide apendicite! La cererea lui *Jakob Herman* și al lui *Daniel Bernoulli*, *Euler* este trecut la secția de matematică-fizică a Academiei. Devine academician. *Daniel Bernoulli* era șeful secției de matematică, dar el nu se putea adapta bine acestui oraș nordic și, în 1733 se întoarce definitiv în Elveția, unde își continuă cariera universitară. *Euler* este numit noul șef al secției de matematică-fizică. În ianuarie 1734 *Euler* se căsătorește cu *Katharina Gsell*, fiica unui pictor elvețian stabilit la Sankt-Petersburg. Vor avea 13 copii, din care vor supraviețui doar cinci.

În fruntea Secției de Matematică a Academiei din Sankt Petersburg, *Euler* a lucrat cu mult entuziasm și a obținut remarcabile succese. Aici putea discuta cu eminente matematicieni ai epocii, *Jakob Hermann*, *Daniel Bernoulli* (până în 1733, când s-a întors în Elveția), *Christian Goldbach* și alții. Obținând în 1738 și 1740 Marele Premiu al Academiei din Paris, *Euler* capătă o reputație excepțională și astfel este invitat la Academia din Berlin de către împăratul *Frederik cel Mare* al Germaniei. Pentru moment, preferă să rămână la Sankt-Petersburg, dar în 1741, când anumite tulburări politice, precum și intrigile administrației fac viața străinilor dificilă, *Euler* acceptă. Trăise la Sankt-Petersburg 14 ani, timp în care obținuse rezultate importante în toate domeniile matematicii, iar în perioada 1736-1737 scrisese și o carte, intitulată *Mechanica*, în care prezenta pentru prima dată în mod sistematic dinamica newtoniană cu ajutorul instrumentului calculului diferențial și integral. Dar, din păcate, în 1735, și datorită muncii încordate de cartografie, *Euler* începuse să aibă probleme cu vederea, iar în 1738, vederea cu ochiul drept era deja afectată.

Va petrece la Berlin 25 de ani, până în 1766, timp în care scrie peste 380 de articole și multe cărți. Reputația sa ajunge la cote extraordinare. Dar, după moartea în 1759 a lui *Maupertuis*, care era președintele Academiei, *Frederick al II-lea* nu s-a orientat către *Euler*, așa cum ar fi fost normal, ci a propus conducerea Academiei lui *d'Alembert*, care însă declină propunerea, nedorind să părăsească Parisul. Nici acum *Frederick al II-lea* nu-i propune lui *Euler* președinția Academiei și intervine în mod nepotrivit în treburile acesteia.

Este de presupus că *Euler* a fost afectat de nedreptatea făcută, dar el continuă să se ocupe de ceea ce era mai important, continuă să creeze în matematică. Între timp *Euler* este rechemat, în condiții materiale foarte bune la Sankt Petersburg, unde va fi primit cu mari onoruri, în 1766. Va rămâne aici până la sfârșitul vieții, continuând să lucreze neobosit, deși vederea i se deteriorase mult, inclusiv la al doilea ochi, iar la 60 de ani devine complet orb. Anticipoază astfel, poate mai dureros, drama lui *Beethoven*, care în 1819, la 49 de ani, avea să-și piardă auzul, compunând în această situație, în ultimii opt ani ai vieții. Dar ca și *Beethoven*, despre care *Victor Hugo* a spus „Ce sourd entendait l'infini”, pentru *Euler*, pierderea vederii nu a însemnat sistarea lucrului. Îl ajuta memoria sa cu adevărat fenomenală. Dicta la doi dintre fii săi *Johann-Albrecht Euler* (devenit fizician) și *Christoph Euler*, ca și la doi membri ai Academiei *W. L. Krafft* și *A. J. Lexell*, precum și tânărului matematician *N. Fuss*, care fusese invitat de către Academia din Elveția și se va căsători cu o nepoată de-a lui Euler. În perioada 1766-1783 *Euler* a creat mai mult de jumătate din opera sa! Atunci a creat aproape toate cărțile sale.

*Leonhard Euler* a fost membru al Academiei de științe din Paris și al Royal Society din Londra.

Se stinge în seara zilei de 18 septembrie 1783, după ce prima parte a zilei fusese cât se poate de obișnuită, dând o lecție de matematică unuia din nepoți și discutând cu *Lexell* și *Fuss* despre recent descoperita planetă Uranus. Lăsa în urma sa cea mai prolifică operă matematică din toate timpurile, inegalată încă. Este înmormântat la mănăstirea Alexandr Nevski.

Abordând probleme din foarte multe domenii ale matematicii, *Euler* a fixat notații definitive, a definit noțiuni și concepte, a stabilit noi teorii și mari direcții de dezvoltare, a obținut rezultate fundamentale în mai toate ramurile matematicii, cât și nenumărate „perle” de o neasemuită frumusețe. A fost cel mai mare descoperitor de formule, neajuns din urmă poate decât de Ramanujan (dar numai în direcția formulelor, nu și teoriilor !)

*Leonhard Euler* a scris peste 1200 de articole și multe cărți fundamentale, nefiind depășit de niciunul din urmașii săi cei mai prolifici *Cayley* (cu 966 de lucrări), *Cauchy* (cu 799 de lucrări) și *Poincaré*. Publicarea operei complete, întreprindere încă nefinalizată, circa 70 de volume și peste 16000 de pagini, a fost de mult începută și se află în stadiu foarte avansat în Rusia, Germania și Elveția. A fost tradusă parțial în limbile franceză și engleză (din limba latină, în care a fost scrisă la acea epocă).

Opera științifică a lui *L. Euler* fiind deosebit de vastă și profundă, este dificil de răspuns care este realizarea sa cea mai mare (sau care sunt primele zece realizări importante ale sale).

În geometria elementară, numele lui *Euler* este legat în primul rând de cercul celor nouă puncte și de dreapta care îi poartă numele, *OGH*. El a stabilit relația :

$$OI^2 = r(R - 2r)$$

(de unde  $R > 2r$  în toate triunghiurile diferite de cele echilaterale; în triunghiul echilateral avem  $R = 2r$ ).

În analiza matematică a stabilit existența constantei

$$\Gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n \right),$$

care a fost denumită ulterior de către *Mascheroni*, constanta lui *Euler*.

El a raționalizat integrale utilizând diferite substituții, care astăzi îi poartă numele.

Euler a introdus multe din notațiile curente:  $\sum$  pentru sumă; simbolul  $e$  pentru baza logaritmilor naturali;  $a$ ,  $b$  și  $c$  pentru lungimile laturilor unui triunghi și  $A$ ,  $B$  și  $C$  pentru mărimile unghiurilor opuse; simbolul  $\pi$  pentru numărul pi și simbolul  $i$  pentru  $\sqrt{-1}$ .

Numele lui Euler rămâne însă în galeria genilor matematicii pentru alte contribuții. Cităm câteva dintre acestea.

a) Condiția (necesară) *Euler-Lagrange* pentru ca o funcție  $y$  să extremizeze o funcțională de forma  $J = \int_a^b F(x, y, y') dx$ ,

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial F}{\partial y'} \right) = 0.$$

Euler a rezolvat mai multe probleme ingineresti, precum săgeata unei console elastice, încovoierea grinzilor elastice supuse unor încărcări, calculul modurilor de încovoiere ale coloanelor etc.

b) Ecuația lui Euler din mecanica fluidelor incompresibile.

c) Formula produs:  $\prod_{p \text{ prim}} \frac{1}{1/p^n} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^n}$

d) Calculul valorilor funcției zeta pentru valorile naturale pare

$$\left( \zeta(s) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^s}, \operatorname{Re}(s) > 1 \right).$$

În particular, formula :

$$\zeta(2) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi}{6}$$

e) Infinitudinea mulțimii numerelor prime, legată de faptul  $\sum_{p \text{ prim}} \frac{1}{p} = \infty$ .

f) Problema celor șapte poduri din Königsberg (considerată a fi prima problemă de teoria grafurilor planare).

g) Formula combinatorică pentru poliedre convexe:

$$V - M + F = 2,$$

unde  $V$  reprezintă numărul vârfurilor,  $M$  reprezintă numărul muchiilor, iar  $F$  reprezintă numărul fețelor. Această formulă a permis demonstrarea faptului că singurele poliedre regulate sunt cele cinci cunoscute din antichitate.

h) Extensia funcției factorial la semidreapta  $(0, \infty)$  și apoi la planul complex exceptând numerele întregi negative. Este vorba de celebra funcție:

$$\Gamma = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt, \quad z > 0,$$

care se extinde apoi la mulțimea din  $\mathbb{C}$  menționată mai sus și pentru care  $\Gamma(n+1) = n!$ , dacă  $n \in \mathbb{N}$ .

i) Extensia funcțiilor trigonometrice la planul complex și formula

$$e^{iz} = \cos z + i \sin z, \quad z \in \mathbb{C}.$$

Pentru  $z = \pi$ , formula devine  $e^{i\pi} + 1 = 0$ , despre care se spune că oferă o legătură elegantă între constantele fundamentale  $e$  și  $\pi$ , precum și simbolul imaginar  $i$

j) Formula  $a^\varphi(n) \equiv 1 \pmod{n}$ , unde  $\varphi$  este funcția indicatoare a lui Euler.

k) Partiții și funcții generatoare. Un exemplu îl constituie formula:

$$\frac{x^3}{(1-x)(1-x^2)} = x^3 + x^4 + 2x^5 + 3x^7 + 3x^8 + 4x^9 + \dots$$

unde coeficientul lui  $x^k$  coincide cu numărul modurilor în care  $k$  se poate scrie ca suma a două numere naturale distincte și nenule. Spre exemplu,  $2x^5$  ne spune că  $5 = 1 + 4 = 2 + 3$ , adică 5 se poate descompune în două moduri. Formule de acest tip apar în celebra carte a lui Euler, *Introductio in analysis infinitorum*.

Pentru amănunte, a se vedea [1], [3] și [4].

**Notă:** Mulțumesc domnului prof. dr. Constantin P. Niculescu pentru numeroase conversații și comunicări utile în legătură cu viața și opera lui *Leonhard Euler*.

#### REFERENCES

- [1] Dunham, William, *Euler: The Master of Us All*, Mathematical Association of America, Washington D.C., 1999.
- [2] Euler, Leonhard, *Introductio in analysis infinitorum*, 2 vols., Bosquet, Lucerne, 1748, reprinted in the Opera Omnia, Series I volumes 8 and 9. English translation by John Blanton, Springer-Verlag, 1988 and 1990. Facsimile edition by Anastaltique, Brussels, 1967.
- [3] Thiele, Rüdiger. *The mathematics and science of Leonhard Euler*, in *Mathematics and the Historian's Craft*, The Kenneth O. May Lectures, G. Van Brummelen and M. Kinyon (eds.), CMS Books in Mathematics, Springer Verlag, 2005.
- [4] Nahin, Paul, *Dr. Euler's Fabulous Formula*, New Jersey, Princeton, 2006.

DEPARTMENT OF MATHEMATICS, VALAHIA UNIVERSITY OF TÂRGOVIȘTE,  
 BD. UNIRII 18-24, TÂRGOVIȘTE, ROMANIA  
*E-mail address:* `avernescu@clicknet.ro`